



# *Економетрика*

ЛЕКЦІЯ 8. СИСТЕМИ ОДНОЧАСНИХ  
ЕКОНОМЕТРИЧНИХ РІВНЯНЬ

Д.Е.Н., ПРОФЕСОР СТАВИЦЬКИЙ А.В.

# Модель

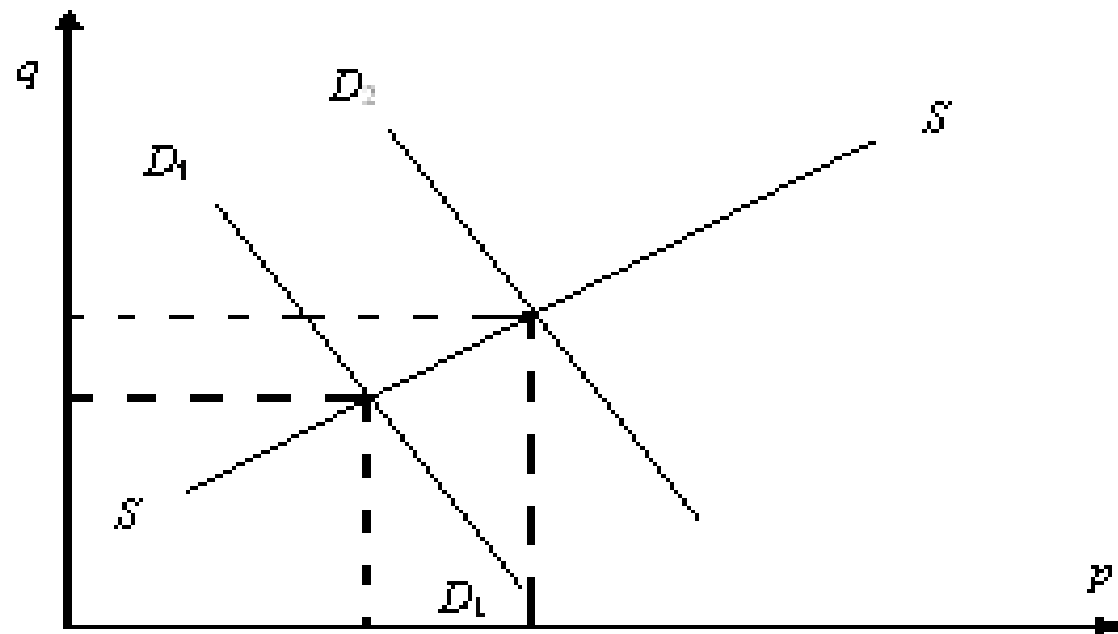
$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + \dots + \beta_{k-1} x_{k-1t} + \varepsilon_t, t = \overline{1, n}$$

# Припущення щодо збурень

- Нульове середнє:  $M\varepsilon_t = 0, t = \overline{1, n}$
- Рівність дисперсій (гомоскедастичність):  $D\varepsilon_t = \sigma^2 = const, t = \overline{1, n}$
- Незалежність збурень:  $cov(\varepsilon_t, \varepsilon_\tau) = M\varepsilon_t\varepsilon_\tau = 0, t \neq \tau$
- Незалежність збурень та регресорів:  $cov(\varepsilon_t, x_{jt}) = 0, \forall t, j$
- Нормальність збурень:  $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2) \forall t$

# Модель попиту-пропозиції

$$q_t = \beta_0 + \beta_1 p_t + \varepsilon_t$$



# Наслідки

- Якщо регресори корельовані зі збуреннями, то оцінки методу найменших квадратів будуть не тільки зміщеними, а й **не консистентними** (тобто навіть при наявності масиву даних нескінченної довжини неможливо знайти точні оцінки регресійних коефіцієнтів).

# *Системи одночасних рівнянь*

- Рівняння поведінки
- Рівняння-тотожності

# Змінні

- Ендогенні змінні
  - Значення визначаються в моделі.
  - Корельовані зі збуреннями в рівняннях.
- Екзогенні змінні
  - Значення визначаються за рамками моделі.
  - Некорельовані зі збуреннями в рівняннях.
  - До них відносять лагові значення ендогенних змінних (значення ендогенних змінних в попередні моменти часу).

# *Умова повноти*

- Кількість рівнянь має співпадати з кількістю ендогенних змінних в системі.



# Модель Хаавелмо

$$\begin{cases} C_t = \alpha + \beta Y_t + \varepsilon_t, \\ Y_t = C_t + I_t, \end{cases}$$

- $I$  – інвестиції,
- $C$  – споживання,
- $Y$  – ВВП країни.

# Модель акселератора

$$\begin{cases} C_t = \alpha + \beta Y_{t-1} + \varepsilon_{1t}, \\ I_t = \gamma (C_t - C_{t-1}) + \varepsilon_{2t}, \\ Y_t = C_t + I_t + X_t, \end{cases}$$

- $I$  – інвестиції,
- $C$  – споживання,
- $Y$  – ВВП країни,
- $X$  - чистий експорт.

# Модель Л.Клейна

$$\begin{cases} C_t = \alpha_0 + \alpha_1 P_t + \alpha_2 P_{t-1} + \alpha_3 (W_t^p + W_t^g) + \varepsilon_{1t}, \\ I_t = \beta_0 + \beta_1 P_t + \beta_2 P_{t-1} + \beta_3 K_{t-1} + \varepsilon_{2t}, \\ W_t^p = \gamma_0 + \gamma_1 Y_t + \gamma_2 Y_{t-1} + \gamma_3 A_t + \varepsilon_{3t}, \\ Y_t = C_t + I_t + G_t + X_t, \\ P_t = Y_t - T_t - W_t^p, \\ K_t = K_{t-1} + I_t, \end{cases}$$

- $I$  – інвестиції,
- $C$  – споживання,
- $X$  – чистий експорт,
- $W^p$  – зарплата у приватному секторі,
- $W^g$  – зарплата у державному секторі,
- $G$  – державні видатки, що не включають зарплату,
- $P$  – дохід від приватного сектора,
- $K$  – капітал,
- $T$  – податки,
- $Y$  – ВВП країни,
- $A$  – тренд.

# Модель попиту та пропозиції

$$\begin{cases} q_t^d = \alpha_0 + \alpha_1 p_t + \alpha_2 y_t + \varepsilon_t^{(1)}, \\ q_t^s = \beta_0 + \beta_1 p_t + \beta_2 z_t + \varepsilon_t^{(2)}, \quad t = \overline{1, n}, \\ q_t^d = q_t^s, \end{cases}$$

- $q^d$  – обсяг попиту,
- $p$  – ціна товару,
- $y$  – особистий дохід,
- $q^s$  – обсяг пропозиції,
- $z$  – неціновий фактор, який впливає на пропозицію

# *Структурний та зведений вигляд системи одночасних рівнянь*

- У **структурному вигляді** системи одночасних рівнянь кожне рівняння відображає певний елемент структури економічної системи, що розглядається, і має економічну інтерпретацію.
- У **зведеному вигляді** системи одночасних рівнянь в кожному рівнянні зліва стоїть ендогенна змінна, а справа – лише екзогенні змінні.

# Перехід від структурного до зведеного вигляду – I

$$\begin{cases} q_t^d = \alpha_0 + \alpha_1 p_t + \alpha_2 y_t + \varepsilon_t^{(1)}, \\ q_t^s = \beta_0 + \beta_1 p_t + \beta_2 z_t + \varepsilon_t^{(2)}, \quad t = \overline{1, n}, \\ q_t^d = q_t^s, \end{cases} \quad \begin{cases} q_t = \alpha_0 + \alpha_1 p_t + \alpha_2 y_t + \varepsilon_t^{(1)}, \\ q_t = \beta_0 + \beta_1 p_t + \beta_2 z_t + \varepsilon_t^{(2)}, \end{cases} \quad t = \overline{1, n}$$

- Віднімемо почленно рівняння друге рівняння від першого:

$$0 = \alpha_0 - \beta_0 + (\alpha_1 - \beta_1) p_t + \alpha_2 y_t - \beta_2 z_t + \varepsilon_t^{(1)} - \varepsilon_t^{(2)}$$
$$p_t = \frac{\alpha_0 - \beta_0}{\beta_1 - \alpha_1} + \frac{\alpha_2}{\beta_1 - \alpha_1} y_t + \frac{\beta_2}{\alpha_1 - \beta_1} z_t + \frac{\varepsilon_t^{(1)} - \varepsilon_t^{(2)}}{\beta_1 - \alpha_1}$$

- Тепер помножимо перше рівняння на  $\beta_1$  і віднімемо від нього друге рівняння, помножене на  $\alpha_1$ :

$$q_t (\beta_1 - \alpha_1) = \alpha_0 \beta_1 - \alpha_1 \beta_0 + \alpha_2 \beta_0 y_t - \alpha_0 \beta_2 z_t + \beta_1 \varepsilon_t^{(1)} - \alpha_1 \varepsilon_t^{(2)}$$
$$q_t = \frac{\alpha_0 \beta_1 - \alpha_1 \beta_0}{\beta_1 - \alpha_1} + \frac{\alpha_2 \beta_0}{\beta_1 - \alpha_1} y_t + \frac{\beta_2 \alpha_1}{\alpha_1 - \beta_1} z_t + \frac{\beta_1 \varepsilon_t^{(1)} - \alpha_1 \varepsilon_t^{(2)}}{\beta_1 - \alpha_1}$$

# Перехід від структурного до зведеного вигляду – 2

$$p_t = \frac{\alpha_0 - \beta_0}{\beta_1 - \alpha_1} + \frac{\alpha_2}{\beta_1 - \alpha_1} y_t + \frac{\beta_2}{\alpha_1 - \beta_1} z_t + \frac{\varepsilon_t^{(1)} - \varepsilon_t^{(2)}}{\beta_1 - \alpha_1}$$
$$q_t = \frac{\alpha_0 \beta_1 - \alpha_1 \beta_0}{\beta_1 - \alpha_1} + \frac{\alpha_2 \beta_1}{\beta_1 - \alpha_1} y_t + \frac{\beta_2 \alpha_1}{\alpha_1 - \beta_1} z_t + \frac{\beta_1 \varepsilon_t^{(1)} - \alpha_1 \varepsilon_t^{(2)}}{\beta_1 - \alpha_1}$$

$$\begin{cases} p_t = \pi_{11} + \pi_{12} y_t + \pi_{13} z_t + v_t^{(1)}, \\ q_t = \pi_{21} + \pi_{22} y + \pi_{23} z + v_t^{(2)}. \end{cases}$$

- Отримана система є рівняннями зведеного вигляду. Оскільки справа стоять лише екзогенні змінні, некорельовані зі збуреннями, то ці рівняння коректно оцінювати за допомогою звичайного методу найменших квадратів.

$$\pi_{11} = \frac{\alpha_0 - \beta_0}{\beta_1 - \alpha_1} \quad \pi_{12} = \frac{\alpha_2}{\beta_1 - \alpha_1} \quad \pi_{13} = \frac{\beta_2}{\alpha_1 - \beta_1}$$
$$\pi_{21} = \frac{\alpha_0 \beta_1 - \alpha_1 \beta_0}{\beta_1 - \alpha_1} \quad \pi_{22} = \frac{\alpha_2 \beta_1}{\beta_1 - \alpha_1} \quad \pi_{23} = \frac{\beta_2 \alpha_1}{\alpha_1 - \beta_1}$$
$$v^{(1)} = \frac{\varepsilon_t^{(1)} - \varepsilon_t^{(2)}}{\beta_1 - \alpha_1} \quad v^{(2)} = \frac{\beta_1 \varepsilon_t^{(1)} - \alpha_1 \varepsilon_t^{(2)}}{\beta_1 - \alpha_1}$$

# Ідентифікація рівнянь

- Рівняння називається **строго ідентифікованим**, якщо його коефіцієнти можна однозначно виразити через коефіцієнти рівнянь зведеного вигляду.
- Якщо існує більш ніж один розв'язок, то рівняння є **надідентифікованим**.
- Рівняння є **неідентифікованим**, якщо його коефіцієнти неможливо виразити через коефіцієнти рівнянь зведеного вигляду.



# Порядкова умова ідентифікації

- Нехай  $D$  – кількість предетермінованих змінних, що **відсутні** в рівнянні, але присутні в системі,
- $N$  – кількість ендогенних змінних в рівнянні.

Тоді:

- якщо  $D+1=N$  – рівняння ідентифіковане,
- якщо  $D+1 < N$  – рівняння неідентифіковане,
- якщо  $D+1 > N$  – рівняння надідентифіковане.

Порядкова умова ідентифікації необхідна, але недостатня умова!

# *Рангова умова ідентифікації*

- Визначник матриці, складений з коефіцієнтів при змінних, відсутніх в даному рівнянні, не рівний 0, а ранг цієї матриці не менший числа ендогенних змінних системи без одиниці.
- Рангова умова ідентифікації достатня, але не необхідна умова.

# Приклад: порядкова умова

$$\begin{cases} q_t^d = \alpha_0 + \alpha_1 p_t + \alpha_2 y_t + \varepsilon_t^{(1)}, \\ q_t^s = \beta_0 + \beta_1 p_t + \beta_2 z_t + \varepsilon_t^{(2)}, \quad t = \overline{1, n}, \\ q_t^d = q_t^s, \end{cases}$$

- Перше рівняння:
  - $H=2$ ,  $D=1$ , а тому  $D+1=H$ , рівняння строго ідентифіковане
- Друге рівняння:
  - $H=2$ ,  $D=1$ , а тому  $D+1=H$ , рівняння строго ідентифіковане
- Третє рівняння:
  - $H=2$ ,  $D=2$ , а тому  $D+1>H$ , рівняння надідентифіковане

# Приклад: рангова умова

$$\begin{cases} q_t^d = \alpha_0 + \alpha_1 p_t + \alpha_2 y_t + \varepsilon_t^{(1)}, \\ q_t^s = \beta_0 + \beta_1 p_t + \beta_2 z_t + \varepsilon_t^{(2)}, \quad t = \overline{1, n}, \\ q_t^d = q_t^s, \end{cases}$$

Рівняння	$q^d$	$q^s$	$p$	$y$	$z$
<del>Перше рівняння</del>	<del>1</del>	<del>0</del>	<del><math>\alpha_1</math></del>	<del><math>\alpha_2</math></del>	<del>0</del>
<del>Друге рівняння</del>	<del>0</del>	<del>1</del>	<del><math>\beta_1</math></del>	<del>0</del>	<del><math>\beta_2</math></del>
<del>Третє рівняння</del>	<del>1</del>	<del>1</del>	<del>0</del>	<del>0</del>	<del>0</del>

$$\text{rang} A_1 = \text{rang} \begin{pmatrix} -1 & \beta_2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = 2$$

$$\text{rang} A_2 = \text{rang} \begin{pmatrix} -1 & \alpha_2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = 2$$

$$\text{rang} A_3 = \text{rang} \begin{pmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & 0 \\ \beta_1 & 0 & \beta_2 \end{pmatrix} = 2$$

$$\det A_1 = \det \begin{pmatrix} -1 & \beta_2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = -\beta_2 \neq 0$$

$$\det A_2 = \det \begin{pmatrix} -1 & \alpha_2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = \alpha_2 \neq 0$$

# Оцінка рівнянь систем: непрямий метод найменших квадратів

- Якщо рівняння є строго ідентифікованим, то для його оцінки використовується **непрямий метод найменших квадратів**.
1. Складається зведений вигляд моделі і визначаються її коефіцієнти за допомогою звичайного МНК.
  2. Шляхом алгебраїчних перетворень повертаються до структурного вигляду системи одночасних рівнянь, отримуючи оцінки структурних параметрів.

# Приклад

$$\begin{cases} q_t^d = \alpha_0 + \alpha_1 p_t + \alpha_2 y_t + \varepsilon_t^{(1)}, \\ q_t^s = \beta_0 + \beta_1 p_t + \beta_2 z_t + \varepsilon_t^{(2)}, \quad t = \overline{1, n}, \\ q_t^d = q_t^s, \end{cases}$$

$$\begin{cases} p_t = \pi_{11} + \pi_{12} y_t + \pi_{13} z_t + v_t^{(1)}, \\ q_t = \pi_{21} + \pi_{22} y + \pi_{23} z + v_t^{(2)}. \end{cases}$$

$$\pi_{11} = \frac{\alpha_0 - \beta_0}{\beta_1 - \alpha_1} \quad \pi_{21} = \frac{\alpha_0 \beta_1 - \alpha_1 \beta_0}{\beta_1 - \alpha_1}$$

$$\pi_{12} = \frac{\alpha_2}{\beta_1 - \alpha_1} \quad \pi_{22} = \frac{\alpha_2 \beta_1}{\beta_1 - \alpha_1}$$

$$\pi_{13} = \frac{\beta_2}{\alpha_1 - \beta_1} \quad \pi_{23} = \frac{\beta_2 \alpha_1}{\alpha_1 - \beta_1}$$

$$\beta_1 = \frac{\pi_{22}}{\pi_{12}} \quad \alpha_2 = \pi_{12} (\beta_1 - \alpha_1) = \pi_{12} \left( \frac{\pi_{22}}{\pi_{12}} - \frac{\pi_{23}}{\pi_{13}} \right)$$

$$\alpha_1 = \frac{\pi_{23}}{\pi_{13}} \quad \beta_2 = \pi_{13} (\alpha_1 - \beta_1) = \pi_{13} \left( \frac{\pi_{23}}{\pi_{13}} - \frac{\pi_{22}}{\pi_{12}} \right)$$

$$\alpha_1 \pi_{11} - \pi_{21} = \frac{\alpha_0 \alpha_1 - \alpha_1 \beta_0}{\beta_1 - \alpha_1} - \frac{\alpha_0 \beta_1 - \alpha_1 \beta_0}{\beta_1 - \alpha_1} = -\alpha_0 \quad \alpha_0 = \pi_{21} - \alpha_1 \pi_{11} = \pi_{21} - \frac{\pi_{23}}{\pi_{13}} \pi_{11}$$

$$\beta_1 \pi_{11} - \pi_{21} = \frac{\alpha_0 \beta_1 - \beta_0 \beta_1}{\beta_1 - \alpha_1} - \frac{\alpha_0 \beta_1 - \alpha_1 \beta_0}{\beta_1 - \alpha_1} = \frac{\alpha_1 \beta_0 - \beta_1 \beta_0}{\beta_1 - \alpha_1} = -\beta_0$$

$$\beta_0 = \pi_{21} - \beta_1 \pi_{11} = \pi_{21} - \frac{\pi_{22}}{\pi_{12}} \pi_{11}$$

$$\hat{\alpha}_0 = \hat{\pi}_{21} - \frac{\hat{\pi}_{23}}{\hat{\pi}_{13}} \hat{\pi}_{11} \quad \hat{\alpha}_1 = \frac{\hat{\pi}_{23}}{\hat{\pi}_{13}} \quad \hat{\alpha}_2 = \hat{\pi}_{12} \left( \frac{\hat{\pi}_{22}}{\hat{\pi}_{12}} - \frac{\hat{\pi}_{23}}{\hat{\pi}_{13}} \right)$$

$$\hat{\beta}_0 = \hat{\pi}_{21} - \frac{\hat{\pi}_{22}}{\hat{\pi}_{12}} \hat{\pi}_{11} \quad \hat{\beta}_1 = \frac{\hat{\pi}_{22}}{\hat{\pi}_{12}} \quad \hat{\beta}_2 = \hat{\pi}_{13} \left( \frac{\hat{\pi}_{23}}{\hat{\pi}_{13}} - \frac{\hat{\pi}_{22}}{\hat{\pi}_{12}} \right)$$

# Оцінка рівнянь систем: двоетапний метод найменших квадратів

- Якщо рівняння є надідентифікованим або строго ідентифікованим, то використовується **двоетапний метод найменших квадратів**.
  1. За допомогою звичайного методу найменших квадратів оцінюється регресія кожної ендогенної змінної відносно набору всіх екзогенних змінних системи.
  2. Замість ендогенних змінних, що входять у праву частину рівняння, підставляються їх оцінки, знайдені на першому етапі. Одержані рівняння оцінюються за допомогою звичайного методу найменших квадратів.

# Приклад

$$\begin{cases} q_t^d = \alpha_0 + \alpha_1 p_t + \alpha_2 y_t + \varepsilon_t^{(1)}, \\ q_t^s = \beta_0 + \beta_1 p_t + \beta_2 z_t + \varepsilon_t^{(2)}, \quad t = \overline{1, n}, \\ q_t^d = q_t^s, \end{cases}$$

- Спочатку оцінюється регресія  $p_t = \gamma_0 + \gamma_1 y_t + \gamma_2 z_t + \varepsilon_t$  та обраховується вибіркова регресійна функція:

$$\hat{p}_t = \hat{\gamma}_0 + \hat{\gamma}_1 y_t + \hat{\gamma}_2 z_t$$

- Замість ендогенних змінних, що входять у праву частину рівняння у початковій системі, підставляються їх оцінки

$$q_t = \delta_0 + \delta_1 \hat{p}_t + \delta_2 y_t + \varepsilon_t$$



## *Важливо!*

- Для строго ідентифікованих рівнянь оцінки непрямого методу найменших квадратів і двоетапного методу найменших квадратів співпадають.

# Приклад – I

- Провести ідентифікацію системи рівнянь та її оцінку на підставі квартальних даних за 1998-2003 роки.

$$R_t = \alpha_0 + \alpha_1 Y_t + \alpha_2 M_t + \varepsilon_{1t},$$

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 I_t + \beta_2 G_t + \varepsilon_{2t},$$

$$I_t = \gamma_0 + \gamma_1 R_t + \varepsilon_{3t},$$

- Ендогенні змінні:  $R$ ,  $Y$ ,  $I$
- Екзогенні змінні:  $M$ ,  $G$

## Приклад – 2

$$R_t = \alpha_0 + \alpha_1 Y_t + \alpha_2 M_t + \varepsilon_{1t}$$

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 I_t + \beta_2 G_t + \varepsilon_{2t}$$

$$I_t = \gamma_0 + \gamma_1 R_t + \varepsilon_{3t}$$

- Перше рівняння.  $N=2$ ,  $D=1$ ,  $N=D+1$ , рівняння є строго ідентифікованим.
- Друге рівняння.  $N=2$ ,  $D=1$ ,  $N=D+1$ , рівняння є строго ідентифікованим.
- Третє рівняння.  $N=2$ ,  $D=2$ ,  $N < D+1$ , рівняння є надідентифікованим.

# Приклад - 3

$$R_t = \alpha_0 + \alpha_1 Y_t + \alpha_2 M_t + \varepsilon_{1t}$$

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 I_t + \beta_2 G_t + \varepsilon_{2t}$$

$$I_t = \gamma_0 + \gamma_1 R_t + \varepsilon_{3t}$$

Рівняння	Y	R	I	M	G
1 рівняння	$\alpha_1$	-1	0	$\alpha_2$	0
2 рівняння	-1	0	$\beta_1$	0	$\beta_2$
3 рівняння	0	$\gamma_1$	-1	0	0

$$A_1 = \begin{pmatrix} \beta_1 & \beta_2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \quad \det A_1 = \det \begin{pmatrix} \beta_1 & \beta_2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = \beta_2 \neq 0$$

$$A_2 = \begin{pmatrix} -1 & \alpha_2 \\ \gamma_1 & 0 \end{pmatrix} \quad \det A_2 = \det \begin{pmatrix} -1 & \alpha_2 \\ \gamma_1 & 0 \end{pmatrix} = \alpha_2 \gamma_1 \neq 0$$

$$A_3 = \begin{pmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & 0 \\ -1 & 0 & \beta_2 \end{pmatrix}$$

Таким чином, перші два рівняння моделі строго ідентифіковані, для їх оцінки застосуємо непрямий метод найменших квадратів, останнє рівняння надідентифіковане, його оцінимо за допомогою двоетапного методу найменших квадратів.

# Приклад - 4

- Перетворимо систему до зведеного вигляду

$$R_t = \pi_{10} + \pi_{11}G_t + \pi_{12}M_t + v_{1t},$$

$$Y_t = \pi_{20} + \pi_{21}G_t + \pi_{22}M_t + v_{2t},$$

$$I_t = \pi_{30} + \pi_{31}G_t + \pi_{32}M_t + v_{3t},$$

$$\pi_{10} = \frac{\alpha_0 + \alpha_1\beta_0 + \alpha_1\beta_1\gamma_0}{1 - \alpha_1\beta_1\gamma_1}$$

$$\pi_{11} = \frac{\alpha_1\beta_2}{1 - \alpha_1\beta_1\gamma_1}$$

$$\pi_{12} = \frac{\alpha_2}{1 - \alpha_1\beta_1\gamma_1}$$

$$\pi_{20} = \frac{\alpha_0\gamma_1 + \alpha_1\beta_0\gamma_1 + \gamma_1}{1 - \alpha_1\beta_1\gamma_1}$$

$$\pi_{21} = \frac{\alpha_1\beta_2\gamma_1}{1 - \alpha_1\beta_1\gamma_1}$$

$$\pi_{22} = \frac{\alpha_2\gamma_1}{1 - \alpha_1\beta_1\gamma_1}$$

$$\pi_{30} = \frac{\beta_0 + \beta_1\gamma_0 + \alpha_0\beta_1\gamma_1}{1 - \alpha_1\beta_1\gamma_1}$$

$$\pi_{31} = \frac{\beta_2}{1 - \alpha_1\beta_1\gamma_1}$$

$$\pi_{32} = \frac{\alpha_2\beta_1\gamma_1}{1 - \alpha_1\beta_1\gamma_1}$$

$$\gamma_1 = \frac{\pi_{32}}{\pi_{12}}$$

$$\beta_1 = \frac{\pi_{22}}{\pi_{32}}$$

$$\alpha_1 = \frac{\pi_{11}}{\pi_{21}}$$

$$\alpha_0 = \frac{\pi_{10}\pi_{21} - \pi_{11}\pi_{20}}{\pi_{21}}$$

$$\beta_0 = \frac{\pi_{20}\pi_{32} - \pi_{22}\pi_{30}}{\pi_{32}}$$

$$\gamma_0 = \frac{\pi_{30}\pi_{12} - \pi_{32}\pi_{10}}{\pi_{12}}$$

$$\beta_2 = \pi_{21}(1 - \alpha_1\beta_1\gamma_1) = \frac{\pi_{12}\pi_{21} - \pi_{11}\pi_{22}}{\pi_{12}}$$

$$\alpha_2 = \pi_{12}(1 - \alpha_1\beta_1\gamma_1) = \frac{\pi_{12}\pi_{21} - \pi_{11}\pi_{22}}{\pi_{21}}$$

# Приклад - 5

- Рохрахунки на даних

$$\hat{R}_t = 3,594 - 0,044G_t - 0,279M_t \quad R^2 = 0,75$$

$$\hat{Y}_t = 1,302 - 0,917G_t - 0,074M_t \quad R^2 = 0,97$$

$$\hat{I}_t = -8,488 + 2,194G_t - 0,329M_t \quad R^2 = 0,80$$

$$\hat{\alpha}_0 = \frac{\hat{\pi}_{10}\hat{\pi}_{21} - \hat{\pi}_{11}\hat{\pi}_{20}}{\hat{\pi}_{21}} = \frac{3,594 \cdot (-0,917) - (-0,044) \cdot 1,302}{-0,917} = 3,53$$

$$\hat{\alpha}_1 = \frac{\hat{\pi}_{11}}{\hat{\pi}_{21}} = \frac{-0,044}{-0,917} = 0,05$$

$$\hat{\alpha}_2 = \frac{\hat{\pi}_{12}\hat{\pi}_{21} - \hat{\pi}_{11}\hat{\pi}_{22}}{\hat{\pi}_{21}} = \frac{(-0,279) \cdot (-0,917) - (-0,044) \cdot (-0,074)}{-0,917} = -0,215$$

$$\hat{\beta}_0 = \frac{\hat{\pi}_{20}\hat{\pi}_{32} - \hat{\pi}_{22}\hat{\pi}_{30}}{\hat{\pi}_{32}} = \frac{1,302 \cdot (-0,329) - (-0,074) \cdot (-8,488)}{(-0,329)} = 3,21$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\hat{\pi}_{22}}{\hat{\pi}_{32}} = \frac{-0,074}{-0,329} = 0,22$$

$$\hat{\beta}_2 = \frac{\hat{\pi}_{12}\hat{\pi}_{21} - \hat{\pi}_{11}\hat{\pi}_{22}}{\hat{\pi}_{12}} = \frac{(-0,279) \cdot (-0,917) - (-0,044) \cdot (-0,074)}{-0,279} = -0,91$$

## Приклад – 6

- Для оцінки третього рівняння системи у структурній формі застосуємо двоетапний метод найменших квадратів. Замість змінної  $\hat{R}_t$  підставимо її оцінку, знайдену нами:  $\hat{R}_t = 3,594 - 0,044G_t - 0,279M_t$ ,

$$I_t = \delta_0 + \delta_1 \hat{R}_t + \varepsilon_t$$

$$\hat{I}_t = 9,33 - 2,61\hat{R}_t \quad R^2 = 0,59$$

# Приклад - 7

$$R_t = 3,53 + 0,05Y_t - 0,215M_t,$$

$$Y_t = 3,21 + 0,22I_t - 0,91G_t,$$

$$I_t = 9,33 - 2,61R_t.$$



# Приклад у *EViews*

System: UNTITLED Workfile: MACROMOD... \_ \_ X

View Proc Object Print Name Freeze InsertTxt Estimate

$Y=c(1)*I+c(2)*G+c(3)*CN+c(4)*NX+c(5)$   
 $I=c(7)*(y(-1)-y(-2))+c(8)*R+c(9)$

System: UNTITLED Workfile: MACROMOD::M... \_ \_ X

View Proc Object Print Name Freeze InsertTxt Estimate Sp

$Y=c(1)*I+c(2)*G+c(3)*CN+c(4)*NX+c(5) @ P R Y(-1) I(-1)$   
 $I=c(7)*(y(-1)-y(-2))+c(8)*R+c(9) @ P R Y(-1) I(-1)$

System Estimation

Estimation Method Options

Estimation method

- Two-Stage Least Squares
- Ordinary Least Squares
- Weighted L.S. (equation weights)
- Seemingly Unrelated Regression
- Two-Stage Least Squares
- Weighted Two-Stage Least Squares
- Three-Stage Least Squares
- Full Information Maximum Likelihood
- GMM - Cross Section (White cov.)
- GMM - Time series (HAC)
- ARCH - Conditional Heteroskedasticity

Time series HAC specification

Prewhitening by VAR(1)

Kernel options

- Bartlett
- Quadratic

Bandwidth selection

- Fixed:  Number or NW For Newey-West
- Andrews
- Variable - Newey-West

Sample

OK Скасувати

System: UNTITLED Workfile: MACROMOD::Macromod\

View Proc Object Print Name Freeze InsertTxt Estimate Spec Stats Resids

System: UNTITLED  
 Estimation Method: Two-Stage Least Squares  
 Date: 08/28/13 Time: 10:37  
 Sample: 1947Q2 1999Q4  
 Included observations: 211  
 Total system (unbalanced) observations 421

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.972919	0.137407	7.080581	0.0000
C(2)	0.530704	0.076173	6.967076	0.0000
C(3)	1.114591	0.043378	25.69483	0.0000
C(4)	0.265563	0.251341	1.056583	0.2913
C(5)	140.1240	16.98008	8.252253	0.0000
C(7)	13.01150	1.481954	8.779961	0.0000
C(8)	40.36262	11.25346	3.586686	0.0004
C(9)	-60.35363	78.64842	-0.767385	0.4433

Determinant residual covariance 1.55E+08

Equation:  $Y=C(1)*I+C(2)*G+C(3)*CN+C(4)*NX+C(5)$   
 Instruments: P R Y(-1) I(-1) C  
 Observations: 211

R-squared	0.999817	Mean dependent var	4023.090
Adjusted R-squared	0.999813	S.D. dependent var	1954.526
S.E. of regression	26.70946	Sum squared resid	146959.5
Durbin-Watson stat	0.135965		

Equation:  $I=C(7)*(Y(-1)-Y(-2))+C(8)*R+C(9)$   
 Instruments: P R Y(-1) I(-1) C  
 Observations: 210

R-squared	-0.823379	Mean dependent var	585.6586
Adjusted R-squared	-0.840996	S.D. dependent var	349.9096
S.E. of regression	474.7688	Sum squared resid	46658928
Durbin-Watson stat	1.316011		



*Питання?*